

$$= \frac{4x + 16}{x^2(x + 4)(x - 1)}$$

$$= \frac{4(x + 4)}{x^2(x + 4)(x - 1)} = \frac{4}{x^2(x - 1)} = \frac{4}{x^3 - x^2}$$

$$c) \frac{9a^2 - 16}{3a^2 - 11a - 20} : \frac{a^2 + 2a - 15}{a^2 - 25} - \frac{3a^2 + 3}{a^2 - 9}$$

$$= \frac{(3a + 4)(3a - 4)}{(3a + 4)(a - 5)} \cdot \frac{(a + 5)(a - 5)}{(a + 5)(a - 3)} - \frac{3a^2 + 3}{(a + 3)(a - 3)}$$

$$= \frac{3a - 4}{a - 3} - \frac{3a^2 + 3}{(a + 3)(a - 3)} = \frac{(3a - 4)(a + 3) - (3a^2 + 3)}{(a + 3)(a - 3)}$$

$$= \frac{3a^2 + 5a - 12 - 3a^2 - 3}{(a + 3)(a - 3)} = \frac{5a - 15}{(a + 3)(a - 3)} = \frac{5(a - 3)}{(a + 3)(a - 3)}$$

$$= \frac{5}{a + 3} \quad \blacksquare$$

Ejercicios (epígrafe 2)

1. Simplifica las siguientes expresiones y calcula el valor numérico del resultado para los valores indicados:

a) $(2a + 3b) + (a + 6b + 4c) + (7a + 9b + 12c)$;

$$a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{3}, c = \frac{1}{4}$$

b) $a - (b - c) + a + (b - c) + b - (c + a)$;

$$a = 1,25 ; b = 3,75 ; c = 2$$

c) $(8b - 3x - c + 2y^2) - (3b - c + 7x - y^2)$;

$$b = \frac{1}{5}, x = \frac{1}{\sqrt{2} - 1}, y = \sqrt{2} + 1$$

d) $-5x - \{3y - 2y - [2x - (2y + x) + y]\}$; $x = \frac{3}{8}, y = \frac{1}{10}$

e) $2b - \{c - [7x - 8y + (2xy - yz^3) + 3c] + 7x - 7y\} + y$

$$b = 0,5 ; c = 0,25 ; x = \frac{1}{2} ; y = \sqrt{2} ; z = -1$$

f) $3a - \{a + b - [a + b + c - (a + b + c + d)]\}$;

$$a = \sin \frac{3\pi}{4}, b = \cos \frac{4\pi}{3}, d = \frac{9}{2} \tan^2 \frac{11\pi}{6}$$

g) $- \{a + [a - (a - x) - (a + 2x) - 2a] - a\}$;

$$a = \frac{\sqrt{6}}{13} ; x = \frac{3}{4 + \sqrt{6}}$$

h) $- \{a - [a + (x - a) - (3x - a) - a] - 3a\}$;

$$a = \log_4 8 ; x = \frac{3}{2}$$

$$i) 2x^2 - \{x^2 + 3ab + [xy^3 - 2ab] + 2xy^3\} + ab + 2;$$

$$x = \log_4 2; y = \frac{1}{3}$$

2. Efectúa los productos siguientes:

$$a) (a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$$

$$b) (x + 7)(x - 3)$$

$$c) (3x - 2)(x + 3)$$

$$d) (3y + 2x)^2$$

$$e) (m + n)(m^2 - mn + n^2)$$

$$f) (5 - x)(x + 6)$$

$$g) (0,5x + 0,1)(10x - 5)$$

$$h) (2p - \frac{1}{3})^3$$

$$i) (\tilde{2} - x + 3y)(2x - 3y)$$

$$j) (5y + \sqrt{a})(5y - \sqrt{a})$$

$$k) (2m - 5)(4m^2 + 10m + 25)$$

$$l) (ab + c^2)^3$$

$$m) (x^2 + x)(x^{n+1} + 2x^{n+2} - x^{n+3})$$

3. Reduce las siguientes expresiones y calcula el valor numérico del resultado.

$$a) (3a + 2)^2 - (1 - a), \quad a = \frac{1}{3}$$

$$b) 3(a^2 + a + 1) + 2(a^2 + 2a - 2) - (a^2 + 3a - 3); \quad a = \frac{\sqrt{a}}{4}$$

$$c) 2x + 3(3 - 2x) - 2(1 - x); \quad x = \cos 60^\circ$$

$$d) (3a^2 - 2b)(3a^2 + 2b); \quad a = \frac{\sqrt[4]{18}}{3}, \quad b = \frac{1}{2}$$

$$e) (a + b)^2 - (a - b)^2; \quad a = 3,1, \quad b = 6,7$$

$$f) (x + 2)^2 + x^3 - (x - 1)^3; \quad x = -\frac{2}{3}$$

$$g) (m - 1)^2 + (m + 1)(m - 1); \quad m = -1$$

$$h) (p + 3)(p - 4) - [(2p + 1)^2 + (2 - 2p)^2]; \quad p = \sin \frac{7\pi}{6}$$

4. Sabiendo que:

$$a) M = 2b, \quad N = 5b + \frac{1}{2}b, \quad P = (b + x)^2, \quad Q = \frac{b}{3} + x - 1$$

Calcula:

$$M + N + Q$$

$$M - (N + Q)$$

$$P + 3Q - \frac{1}{2}M$$

$$MN - P,$$

$$P - MQ$$

$$b) A = x^2 + 4x + 3$$

$$B = x^3 - 27$$

$$C = x^2 + 3x + 9$$

$$D = x^2 - 9$$

$$\text{Simplifica la expresión } R = \frac{A \cdot B}{C \cdot D}$$

$$\text{Demuestra que } R^2 - 2R + 1 = x^2$$

5. Descompón en factores:

$$a) 5y^3 + 10y$$

$$b) 25p^2 - 125pq$$

$$c) x^4 + 2x^2$$

$$d) 8m^2n^3 - 16m^3$$

$$e) 6x^3 - 12x^2y + 24x^4$$

$$f) 33a^2b^3c + 11a^3b^2c^2 - 66a^2d$$

$$g) 5p^2q - 10pq^2 + 5p^2q^2$$

$$h) \frac{3}{4}a^6 - \frac{1}{4}a^3$$

- i) $3x(y+2) - 7(y+2)$ j) $2x^2 - 3xy - 4x + 6y$
 k) $m+2 - 3(m+2)$ l) $(3+x+y)2 + a^2(3+x+y)$
 m) $3m(x-y) + y - x$ n) $(b-5)(b+3) + 3b(-2b-6)$
 ñ) $x^3 + 2x^2 - x - 2$ o) $12 + x^3 - 4x - 3x^2$
 p) $a^2x - ax^2 - 2a^2y + 2axy + x$ q) $\cos^3 x + \cos^2 x$
 r) $x^{2n} - x^n$ s) $x^{n+3} + x^{n-1}$
 t) $5\tan^2 x + 10 \tan x$ u) $2e^{5x} + 4e^x$

6. Expresa como un producto:

- a) $\frac{1}{4}y^2 - 25$ b) $0,36b^4 - 9$
 c) $8x^3 - 1$ d) $x^3 + 27$
 e) $5y^3 - 5y$ f) $64 - 16b^4$
 g) $\frac{9}{4} - b^3$ h) $2y^3 - 2$
 i) $z^3 - \frac{1}{8}$ j) $27 + 125x^3$
 k) $a^3 - x^3$ l) $a^3 + 8b^{12}$
 m) $a^{10} - 0,49b^2$ n) $x^9 + 0,064y^3$
 ñ) $x^3y^3 - 216y^3$ o) $an^3 + a^4$
 p) $(a+b)^2 - 0,01$ q) $\frac{4}{9} - (x+y)^2$
 r) $216 + (m+n)^3$ s) $\sin^3 x - \sin x$
 t) $1 - e^{2x}$ u) $e^{4x} - 36e^{2x}$
 v) $\sin^2 x - \cos^2 x$ w) $8\sin^3 x + \cos^3 x$

7. Factoriza los trinomios siguientes:

- a) $b^2 + 20b + 100$ b) $x^2 - 10x + 25$
 c) $y^3 + 22y^2 + 121$ d) $4m^4 - 36m^2n^2 + 81n^4$
 e) $y^2 - 13x^2y + 36x^4$ f) $b^2 + 4b - 12$
 g) $1 - 18x^2 + 81x^4$ h) $x^4 + 6x^2 - 7$
 i) $15 + 2x - x^2$ j) $3x^2 + 4x - 4$
 k) $12x^2 + 5x - 2$ l) $6x^4 + 13x^2 - 5$
 m) $12 + 2n - 4n^2$ n) $\cos^2 x - 2 \cos x + 1$
 ñ) $\sin^2 x - 9\sin x + 20$ o) $e^{2x} - 3e^x - 4$
 p) $2 \tan^2 x + \tan x - 10$

8. Factoriza los polinomios siguientes:

- a) $x^2 + xy + ax + ay$ b) $2x - ax + 2y - ay$
 c) $3 - x^2 + 2abx^2 - 6ab$ d) $a^2 - 9 + 2ab - 6b$
 e) $3b - 2c + 9b^2 - 4c^2$ f) $x^3 - 4x^2 + 5x - 2$
 g) $x^3 + 6x^2 - 13x - 42$ h) $x^3 + 8x^2 + 21x + 18$

i) $x^3 + 4x^2 + x - 6$

j) $x^3 - 28x + 48$

k) $x^3 - 19x + 30$

l) $x^3 - 12x + 16$

m) $x^3 - 27x + 54$

n) $y^4 - 4y^3 + 3y^2 + 4y - 4$

ñ) $x^4 - 11x^2 - 18x - 8$

o) $x^4 + 10x^3 + 31x^2 + 30x$

p) $x^5 - 4x^3 - 8x^2 + 32$

q) $y^5 - 8y^2 - 9y^3 + 72$

r) $x^3 - 3x^2 + 4$

s) $x^4 + 8x^3 + 17x^2 - 2x - 24$

9. Descompón en factores:.

a) $x^6 - 36y^2$

b) $4x^2y^3 - 8x^2y^2 + 20xy$

c) $1 - 14y + 49y^2$

d) $3a^5 - 12a^3b^4$

e) $2a^3 + a^2b - 3ab^2$

f) $\frac{25}{4} - y^6$

g) $x^2 + 4xy - 21y^2$

h) $6m^2 - 7mn - 3n^2$

i) $x^4 + 6x^3 + 9x^2 - 4x - 12$

j) $1 + a - a^3mn - a^2mn$

k) $(a - 3b)^2 - 25x^2$

l) $x^2y^2 - 48xyz - 100z^2$

m) $64 + z^3$

n) $16 - 2x^3$

ñ) $9p^3q + 15p^2q - 6pq$

o) $x^3y - 5x^2y - 4xy + 20y$

p) $3\sin^3x + 3\sin x \cos^2x$

q) $\cos^2x + 3\cos x - 18$

r) $6\tan^2x - 4\tan x - 2$

10. Simplifica y determina para qué valores de la variable no está definido el resultado:

a) $\frac{8a^4b^3c^2}{12a^6b^3c}$

b) $\frac{5ac - bc}{25a^2 - b^2}$

c) $\frac{x^3y - x^2y^2}{2x^2y^2 - 2xy^3}$

d) $\frac{ax - bx}{b^2 - a^2}$

e) $\frac{4x^2 + 8x}{x^2 + 4x + 4}$

f) $\frac{x^3 - 27}{x^2 - 9}$

g) $\frac{x^4 - x^2 - 12}{x^4 - 16}$

h) $\frac{9a^2 + 12ab + 4b^2}{3a^2b + 2ab^2}$

i) $\frac{9x^2 - 25}{3x^2 - 2x - 5}$

j) $\frac{x^3 - 8}{x^3 - x^2 - 2x - 12}$

k) $\frac{x^3 - 4x^2 + x + 6}{x^2 - 2x - 3}$

l) $\frac{x^3 + 23x + 9x^2 + 15}{2x^2 + 8x + 6}$

11. Calcula:

a) $\lim_{x \rightarrow 2/3} \frac{9x^2 - 4}{3x - 2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 9}$

c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{\sqrt{x} - 3}$

d) $\lim_{x \rightarrow -3/2} \frac{2x^2 + 5x + 3}{2x + 3}$

$$e) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 64}{x^2 + 7x + 12}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow -5} \left(\frac{x^2 + 8x + 15}{x + 5} + \frac{x^3 + 125}{x^2 - 25} \right)$$

12. Efectúa y di para qué valores de la variable se indefine el resultado:

$$a) \frac{b-a}{20b} + \frac{a-2b}{15a}$$

$$b) \frac{4}{1+m} - \frac{3}{1-m^2}$$

$$c) \frac{3y}{y^2+7y+10} + \frac{5}{y+2}$$

$$d) \frac{x-y}{x+y} - \frac{x^2-y^2}{(x+y)^2}$$

$$e) \frac{v}{v^2-1} + \frac{v+1}{(v-1)^2}$$

$$f) \frac{x+2}{2x} + \frac{3}{5} + \frac{x^2+2}{6x^2}$$

$$g) \frac{2}{z+z^2} - \frac{1-3z}{z-z^3} - \frac{1}{z-z^2}$$

$$h) \frac{x-y}{y} + \frac{4x}{x-y} + \frac{x^3+3x^2y}{y^3-x^2y}$$

$$i) \frac{b-2}{b-3} + \frac{b-3}{b-2} - \frac{b^2-8}{b^2-5b+6}$$

$$j) \frac{8}{y+3} - \frac{y+3}{y-3} + \frac{y^2+3}{y^2-9}$$

$$k) \frac{4}{x^2-13x+42} + \frac{3}{15x-x^2-56} - \frac{5}{x^2-14x+48}$$

$$l) \frac{2x+3}{x^3+2x^2-9x-18} - \frac{2x-1}{x^3+3x^2-4x-12}$$

13. Resuelve y di para qué valores de la variable está definido el resultado:

$$a) \frac{m^2+4m}{m^2+3m-10} ; \frac{m^2-m-20}{m^2-25} ; \frac{2m^2-11m+14}{5m^2-15m}$$

$$b) \frac{3x^2+16x-12}{x^2-4x} ; \frac{x^2-8x+16}{27x^3-8} ; \frac{x^3-28x+48}{9x^2+6x+4}$$

$$c) \frac{2x^2-7x+5}{x^2-3x+9} ; \frac{4x^2-20x+25}{x^2-9} ; \frac{x^3+27}{x^3-7x+6}$$

$$d) \frac{x^2-2x+1}{x^3-2x^2+x} ; \left(\frac{x^2+y^2+xy}{x^3-y^3} ; \frac{x^3y-2x^2y+4xy}{x^3+8} \right)$$

$$e) \left(\frac{3x^2+2x-8}{6x-8} ; \frac{x^2-4}{x^2-4x+4} \right) \frac{4}{x^3+x^2-4x-4}$$

$$f) \frac{2a^2 - 13a - 7}{2a^2 - 15a - 8} : \left(\frac{a^2 - 8a + 7}{a^2 - 6a + 16} \cdot \frac{a^2 + 2a}{a^2 - 1} \right)$$

$$g) \log \frac{x-1}{x^2-1} + \log \frac{2x^2+7x+5}{2x+5}$$

$$h) \log \frac{2}{3x^2-4x-15} - \log \frac{1}{3x^2+5x}$$

14. ¿Para qué valores de la variable está definido el resultado de las siguientes operaciones?

$$a) \frac{1}{1-a} + \frac{1}{1+a} - \frac{2a}{1+a^2}$$

$$b) \frac{1}{a^2+a} - \frac{1}{a^2+3a+2} + \frac{1}{a^2+4a+3}$$

$$c) \frac{a}{a^2-1} + \frac{a^2+a-1}{a^3-a^2+a-1} + \frac{a^2-a-1}{a^3+a^2+a+1} - \frac{2a^3}{a^4-1}$$

$$d) \frac{5x+3}{5x^2+13x+6} + \frac{1}{2} : \frac{x+2}{x+1}$$

$$e) \frac{-3-a^2}{a^2+4a-5} + \frac{2a-2}{2a^2-50} \cdot \frac{a^2-4a-5}{3a+3}$$

$$f) \frac{3x+6}{2x^2+8x+6} + \frac{x}{x-3} : \frac{1}{x+3}$$

$$g) \left(\frac{6}{x+4} - \frac{2x}{x^2+7x+12} \right) : \frac{3x}{x+4}$$

$$h) \left(\frac{3n^2-3}{n^3-3n+2} + \frac{1}{n^2+n-2} \right) : \frac{6n+8}{(n^2-4)(n^3-1)}$$

$$i) \left(\frac{1}{x} - \frac{2}{x+2} + \frac{3}{x+3} \right) : \left(\frac{x}{x+2} + \frac{x}{x+3} + \frac{6}{x^2+5x+6} \right)$$

$$j) \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right) : \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right)$$

$$k) \left(\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x} \right) : \left[\left(\frac{1+x}{1-x} - 1 \right) \left(1 - \frac{1}{1+x} \right) \right]$$

$$l) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) [(x-y)^2 + 2xy] + \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) [(x-y)^2 - 2xy]$$

$$m) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) [(x-y)^2 + xy] + \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) [(x-y)^2 - xy]$$

$$n) \frac{\frac{m}{1+m} + \frac{1-m}{m}}{\frac{m}{1+m} - \frac{1-m}{m}}$$

$$ñ) \frac{\frac{z}{z-a} + \frac{a}{z+a}}{\frac{z}{z-a} - \frac{a}{z+a}}$$

$$o) \frac{\frac{p-q}{p+q} - \frac{p^2+q^2}{p^2-q^2}}{\frac{p+q}{p-q} + \frac{p^2+q^2}{p^2-q^2}}$$

$$p) \frac{1 + \frac{b}{a-b} - \frac{b^2}{a^2-ab}}{a - \frac{ab}{a+b}}$$

$$q) \frac{x-a}{x-a - \frac{x}{1 - \frac{x}{x-a}}}$$

$$r) \frac{x^2}{x - \frac{x^2+y^2}{x+y}} + \frac{y^2}{y - \frac{x^2+y^2}{x+y}}$$

$$s) \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}} \left(1 + \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} \right)$$

$$t) \frac{\frac{3a^2+13a+15}{a^3-27a+54} - \frac{a-6}{a^2+3a-18}}{\frac{4a^2-49}{a^2+6a}} (2a-7)$$

15. Comprueba que:

$$a) \frac{(2a+b)^2 - (2a+b)(2a-b)}{2a+b} = 2b$$

$$b) \frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{(x+y)^2 - (x-y)^2} : \frac{x^4-y^4}{2xy(x-y)} = \frac{1}{x+y}$$

$$c) \frac{a^2-9}{5a^3b^3} : \left(\frac{a+3}{10a^4} \cdot \frac{2a-6}{ab^4} \right) = a^2b$$

$$d) \frac{a^3-b^3}{a^2-2ab+b^2} \cdot \frac{a^2-b^2}{a^2+ab} = \frac{a^2+ab+b^2}{a}$$

$$e) \left(\frac{a+5}{5a-1} + \frac{a+5}{a+1} \right) : \frac{a^2+5a}{1-5a} + \frac{a^2+5}{a+1} = a-1$$

$$f) \left(\frac{b-3}{7b-4} - \frac{b-3}{b-4} \right) \cdot \frac{7b-4}{9b-3b^2} + \frac{b^2-14}{4-b} = -(b+4)$$

16. Dadas las siguientes funciones:

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 8 ; g(x) = -x^3 - 2x^2 + 4x + 8 ;$$

$$h(x) = \frac{x-1}{x+2} ; p(x) = \frac{x+2}{1-x}$$

$$\text{halla: } f(x) + g(x), f(x) - 3g(x), \frac{f(x)}{g(x)}, h(x) + p(x),$$

$$p(x) \cdot h(x), h(x) + p(x), f(x) \cdot h(x)$$

17. Dadas las funciones $f(x) = \frac{2x^2+6}{x-1}$; $g(x) = \frac{x^2+3}{x+1}$.

Calcula:

$$a) h(x) = f'(x) \cdot g'(x) \quad b) p(x) = \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^3 f'(x) : g'(x)$$

$$c) q(x) = f'(x) - g'(x)$$

$$d) t(x_0) = h(x_0) + p(x_0) : q(x_0) ; x_0 = 0$$

18. Comprueba que la diferencia entre las áreas de un triángulo rectángulo isósceles de catetos $a + b$ y otro rectángulo escaleno de catetos $a + b$ y $a - b$ ($a > b$) es igual al área de un rectángulo de lados b y $a + b$.

ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES

3. Resolución de ecuaciones

Desde grados anteriores has aprendido a resolver ecuaciones.

- Las ecuaciones del tipo $ax + b = c$ ($a \neq 0$) se denominan lineales en una variable y se resuelven despejando la x , o sea, $x = \frac{c - b}{a}$.
- Las ecuaciones del tipo $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) se denominan cuadráticas y se resuelven mediante la fórmula:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

donde $D = b^2 - 4ac$ es el discriminante.

- si $D > 0$ la ecuación tiene dos soluciones reales diferentes.
- si $D = 0$ la ecuación tiene dos soluciones reales iguales.
- si $D < 0$ la ecuación tiene dos soluciones complejas conjugadas.

Cuando el trinomio $ax^2 + bx + c$ tiene descomposición factorial, se puede utilizar este procedimiento para resolver la ecuación reduciéndola a dos ecuaciones lineales.

Ejemplo 1

Resuelve las ecuaciones:

- $2x + 3 - (x + 4 - 2x) = 5 - (x + 2)$
- $x(x + 3) = 5x + 3$
- $4 = 5 - x(3x - 1)$
- $x^2 = 6x - 10$

Resolución

$$a) 2x + 3 - (x + 4 - 2x) = 5 - (x + 2)$$

$$2x + 3 - x - 4 + 2x = 5 - x - 2$$

$$3x - 1 = 3 - x$$

$$4x = 4$$

$$x = 1$$

La solución es: $x = 1$

$$b) x(x + 3) = 5x + 3$$

$$x^2 + 3x = 5x + 3$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x - 3 = 0 \quad x + 1 = 0$$

$$x_1 = 3 \quad y \quad x_2 = -1$$

Las soluciones o raíces de la ecuación son: $x_1 = 3$; $x_2 = -1$

$$c) 4 = 5 - x(3x - 1)$$

$$4 = 5 - 3x^2 + x$$

$$3x^2 - x - 1 = 0$$

aplicando la fórmula general

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(3)(-1)}}{2 \cdot 3}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{1 + 12}}{6} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6}$$

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{13}}{6} \approx \frac{1 + 3,6}{6} = \frac{4,6}{6} = 0,77$$

$$x_2 = \frac{1 - \sqrt{13}}{6} \approx \frac{1 - 3,6}{6} = \frac{-2,6}{6} = -0,43$$

Las soluciones o raíces de la ecuación son:

$$x_1 = 0,77 \quad y \quad x_2 = -0,43$$

$$d) x^2 = 6x - 10$$

$$x^2 - 6x + 10 = 0$$

aplicando la fórmula general

suprimiendo signos de agrupación se obtuvo una ecuación lineal.

Reduciendo términos semejantes.

Transponiendo variables a un miembro y constantes a otro.

Despejando x

Efectuando el producto. Como la ecuación es cuadrática se iguala a cero.

El trinomio puede descomponerse en factores fácilmente. Igualando a cero cada factor.

$$x_{1,2} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(10)}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 40}}{2}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{-4}}{2} = \frac{6 \pm 2i}{2}$$

$$x_1 = \frac{6 + 2i}{2} = 3 + i$$

$$x_2 = \frac{6 - 2i}{2} = 3 - i$$

Las soluciones o raíces de la ecuación son:

$$x_1 = 3 + i \text{ y } x_2 = 3 - i$$

En las ecuaciones lineales y cuadráticas aunque la comprobación es recomendable pues te da mayor seguridad de que el valor obtenido es la solución, desde el punto de vista matemático no es necesario pues no se introducen raíces extrañas.

También ya conoces otras ecuaciones como las fraccionarias, las ecuaciones con radicales, las logarítmicas, las exponenciales y las trigonométricas, que para resolverlas se realizan transformaciones para reducirlas a una lineal o a una cuadrática.

En estas transformaciones se pueden introducir raíces extrañas, por lo que sí es necesario comprobar los valores hallados en la ecuación original.

Ejemplo 2

Resuelve las ecuaciones:

$$a) \frac{x+2}{x} + \frac{x-1}{x-2} = \frac{x^2-2}{x^2-2x} \quad b) \sqrt{5x+1} + \sqrt{x} = 1$$

$$c) \log(x+4) + \log(2x+3) = \log(1-2x)$$

$$d) \frac{2^{x^2}}{2^{2x}} = e^{x-2} \quad e) 2 \sin^2 x - 7 \sin x + 3 = 0$$

Resolución

a) Es una ecuación fraccionaria. Como aparece la variable en el denominador multipliquemos por el m.c.m de los denominadores

$$\frac{x+2}{x} + \frac{x-1}{x-2} = \frac{x^2-2}{x^2-2x} \quad \text{m.c.m } x(x-2)$$